

Proposition de stage - M1/M2/Ecole d'ingénieur

Sujet: Étude de la sémantique de Isabelle/HOL.

Thématiques: Logique formelle, assistant de preuves, modèles.

Durée: 4 à 6 mois

Démarrage: à partir de mars 2018

Etablissement d'accueil: Laboratoire de Recherche en Informatique (LRI), équipes VALS et Modhel, rue Noetzlin, 91190 Gif-sur-Yvette.

Encadrants: Benoît Valiron (CentraleSupélec, benoit.valiron@lri.fr) et Burkhart Wolff (Univ. Paris Sud, wolff@lri.fr)

Contexte scientifique

Un assistant de preuves est basé sur une logique particulière présentant des mécanismes pour la définition et la manipulation de nouvelles constantes et types. Si chaque logique est plus ou moins expressive, la question de la consistance est cruciale pour la validité des théories et preuves élaborées dans le système.

La famille des assistants de preuves HOL est basée sur l'approche LCF: le système est inscrit dans un langage ML, où un type de donnée abstrait représente les théorèmes de la logique. L'utilisation d'un ensemble de combinateurs dédiés permet de générer de nouveaux théorèmes à partir de ceux existant.

Plusieurs logiques HOL existent, avec des mécanismes plus ou moins sophistiqués. Si le système le plus simple est HOL-light, il existe d'autres systèmes plus expressifs tels que HOL4 ou Isabelle/HOL. Ces derniers possèdent des caractéristiques qui rendent la consistance de leur logique non-trivial. En particulier, Isabelle/HOL est la superposition de plusieurs constructions: un cœur intuitionniste, appelé Isabelle/Pure, la possibilité d'étendre la logique avec des *classes*, et qui permet d'encapsuler la logique HOL, et une hiérarchisation de théories, c'est à dire d'ensemble de théorèmes.

Deux types de méthodes existent pour montrer la consistance d'une logique. On peut inscrire celle-ci dans une autre logique plus expressive (en s'appuyant sur l'hypothèse que celle-ci est consistante). On peut aussi construire un modèle non-trivial qui valide les théorèmes de la logique. Par exemple, pour le système HOL le modèle standard est celui de la théorie des ensembles ZF [1,2]. Néanmoins, même dans le cadre de HOL-Light, la gestion des définitions et des types n'est pas trivial [3].

Travail à réaliser

L'objectif de ce stage est de développer une formalisation de Isabelle/HOL, en suivant l'approche [3] et la description du noyau de Isabelle/Pure présentée en [4].

Dans un premier temps, on s'intéressera simplement à la formalisation de théories en Isabelle/Pure et leur validation via des tests du code généré à partir de cette formalisation.

Dans un deuxième temps, en fonction du temps disponible on pourra se focaliser sur différents aspects: soit la formalisation du système de classes et l'inclusion dans un système de preuves plus riche tel Coq, ou l'étude du système Isabelle/HOL complet et la construction d'un modèle ZF.

References

- [1] Arthan, R.: HOL formalised: Semantics,
<http://www.lemma-one.com/ProofPower/specs/spc002.pdf>
- [2] Norrish, M., Slind, K., et al.: The HOL System: Logic, 3rd edn.,
<http://hol.sourceforge.net/documentation.html>
- [3] Ramana Kumar, Rob Arthan, Magnus O. Myreen and Scott Owens. Self-Formalisation of Higher-Order Logic, *J Autom Reasoning* (2016) 56:221–259.
- [4] Makarius Wenzel. Parallel Proof Checking in Isabelle/Isar. In *Proceedings of the ACM SIGSAM 2009 International Workshop on Programming Languages for Mechanized Mathematics Systems*.