

Proposition de stage - M1/M2/Ecole d'ingénieur

Sujet: Etudes d'algorithmes quantiques pour la résolution de systèmes linéaires.

Thématiques: Calcul quantique, calcul scientifique haute-performance, algèbre linéaire.

Durée: 4 à 6 mois

Démarrage: à partir de mars 2018

Etablissement d'accueil: Laboratoire de Recherche en Informatique (LRI), équipe Parallel Systems (ParSys), rue Noetzlin, 91190 Gif-sur-Yvette.

Encadrants: Marc Baboulin (Université Paris-Sud, marc.baboulin@lri.fr) et Benoît Valiron (CentraleSupélec, benoit.valiron@lri.fr)

Contexte scientifique:

Les systèmes linéaires (SL) de type $Ax = b$ (où A est une matrice carrée à coefficients réels ou complexes) sont omniprésents dans la majorité des applications scientifiques. Une source importante de SL provient de la discrétisation d'équations de la physique (par exemple les équations aux dérivées partielles) qui conduisent à des matrices dites "creuses" pour lesquelles la plupart des coefficients sont nuls.

Avec des méthodes classiques (par exemple l'élimination de Gauss), la résolution d'un SL se fait en temps polynomial par rapport au nombre de variables. Mais on peut aussi considérer des méthodes de résolution non conventionnelles, comme celles faisant appel à un ordinateur quantique.

Un ordinateur quantique est un ordinateur muni d'une mémoire où les données sont encodées sur l'état de particules régies par les lois de la mécanique quantique. Bien que la taille des mémoires quantiques actuelles soit très petite, les lois de la mécanique quantique nous permettent de modéliser le comportement d'une mémoire quantique de taille arbitraire, et d'en inférer les propriétés. C'est le domaine du calcul dit "quantique", qui fait intervenir du calcul conventionnel ainsi que de la manipulation de données encodées sur ces mémoires d'un type spécial.

En calcul quantique, pour des matrices creuses il est possible de résoudre le problème (ou un problème qui nécessite une résolution du SL) en temps logarithmique sur le nombre de variables [1,2]. Par contre, d'autres paramètres rentrent en ligne de compte, comme le conditionnement de la matrice, ou le nombre d'éléments non-nuls. En outre, l'implémentation concrète des méthodes de résolution quantiques est susceptible d'entraîner des coûts élevés en terme de temps de calcul, y compris pour des problèmes de petites tailles.

Pour les SL, le fait que l'utilisation d'un ordinateur quantique présente un intérêt par rapport à des méthodes de résolution conventionnelles est donc à étudier au cas par cas.

Travail à réaliser:

En partant de quelques articles récents sur le domaine, l'étudiant fera une étude des méthodes utilisées dans la construction d'algorithmes liés aux SL. L'objectif sera de comprendre en détail le fonctionnement des algorithmes ainsi que l'action des différents paramètres sur la complexité.

Dans un second temps, on se penchera sur le coût effectif d'un algorithme quantique lié aux SL pour un problème de diffusion d'ondes électromagnétiques [3,4].

Ce stage s'intégrera dans le cadre d'un récent projet ANR (Agence Nationale de la Recherche) impliquant le LRI, l'entreprise ATOS/BULL, le CEA, et l'Université de Nancy.

References

- [1] A. W. Harrow, A. Hassidim, S. Lloyd, **Quantum algorithm for solving linear systems of equations.** *Physical Review Letters*, Vol. 103 (15), 150502 (2009).
- [2] A. Ambainis, **Variable time amplitude amplification and quantum algorithms for linear algebra problems.** Proceedings of *29th Symposium on Theoretical Aspects of Computer Science (STACS'12)*, Vol. 14, pp. 636-647 (2012).
- [3] B. D. Clader, B. C. Jacobs, C. R. Sprouse, **Preconditioned quantum linear system algorithm.** *Physical Review Letters*, Vol. 110 (25), 250504 (2013).
- [4] A. Scherer, B. Valiron, S.-C. Mau, S. Alexander, E. van den Berg, T. E. Chapuran, **Concrete resource analysis of the quantum linear-system algorithm used to compute the electromagnetic scattering cross section of a 2D target.** *Quantum Information Processing*, Issue 3, pp. 16-60 (2017).